

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a IX-a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică****1. Aufgabe (20 Punkte)**Sei $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, die Gleichung mit den Lösungen x_1 und x_2 .

- Zeigt: falls die reellen von null verschiedenen Zahlen a , b und c , in dieser Reihenfolge, geometrisch gestuft sind, dann hat die Gleichung keine reellen Lösungen.
- Zu bestimmen sind die reellen Zahlen a, b, c , $a > 0$, für welche a, x_1, b, x_2, c aufeinanderfolgende Glieder einer arithmetischen Folge sind.
- Falls $b = a + c$ und $0 < c < 2a$, soll gezeigt werden, dass $|x_1 - x_2| < 1$.

2. Aufgabe (20 Punkte)Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, mit der Eigenschaft $f(x + a) \leq x \leq f(x) + a$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$, wobei a ein gegebener reeller Parameter ist.

- Zeigt, dass $f(x) = x - a$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.
- Bestimmt die natürlichen von null verschiedenen Zahlen n , für welche $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) \geq \frac{n^2 + n - 6a}{2}$ gilt.
- Bestimmt $a \in \mathbb{R}^*$, wenn der Graf der Funktion $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = a \cdot f(x)$ mit den Koordinatenachsen Ox und Oy ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $A=4$ bildet.

3. Aufgabe (20 Punkte)

Die senkrechten Sehnen AB und CD eines Kreises mit dem Mittelpunkt O schneiden sich im Punkt P. M ist der Fußpunkt der Senkrechten aus O auf AB.

- Beweist, dass $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OP}$.
- Beweist, dass $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PM}$.
- Zeigt, dass $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$.

4. Aufgabe (20 Punkte)

Drei Dörfer A, B und C liegen so, dass sie von einer Drohne aus beobachtet, ein in A rechtwinkliges Dreieck bilden. Auf der Strecke BC befindet sich ein Bahnhof G.

Die Ergebnisse der Messungen sind: $AB = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ km, $\widehat{ABC} = \widehat{GAC} = 15^\circ$.

- Beweist, dass $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- Bestimmt die Längen der Wege von G zu jedem der drei Dörfer (man nimmt an, die Wege seien die Strecken GA, GB und GC).
- Bogdan will zum Bahnhof und verlässt das Dorf B um 06:33 Uhr. Der Weg BG ist gesperrt, er muss durch das Dorf A zum Bahnhof gelangen. Von B zu A fährt er mit einem Scooter mit einer Geschwindigkeit von 38 km/h. Von A zu G läuft er zu Fuß mit der Geschwindigkeit von 6 km/h. Der Zug fährt um 07:10 ab. Stellt fest, ob Bogdan rechtzeitig am Bahnhof ankommt. (verwendet die Näherungswerte $\sqrt{2} \cong 1,4$ und $\sqrt{6} \cong 2,4$).

Notă:

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.

Etapa județeană CMA_H1_7 martie 2026